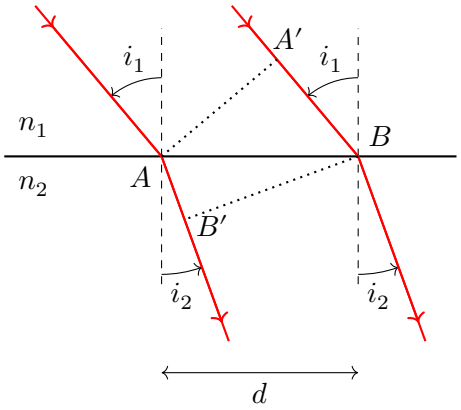
Optique – Chapitre 2

Modèle scalaire des ondes lumineuses – TD

Exercice 1 : Démonstration de la loi de la réfraction

Une onde lumineuse plane de fréquence ν arrive d'un milieu d'indice n_1 sur un dioptre avec un milieu d'indice n_2 sous un angle d'incidence i_1. On suppose que l'onde réfractée est également plane, et on note i_2 l'angle de réfraction. On représente ci-contre deux rayons lumineux qui traversent le dioptre respectivement aux points A et B, séparés d'une distance d, et on note A' et B' leurs projetés orthogonaux sur l'autre rayon.



1. Exprimer le déphasage dû à la propagation entre les points A et B' en fonction de ν, n_2, d, i_2 et c_0 la célérité de la lumière dans le vide.
2. Exprimer le déphasage dû à la propagation entre les points A' et B en fonction de ν, n_1, d, i_1 et c_0.
3. En déduire la loi de la réfraction de Snell-Descartes à l'aide du théorème de Malus.

Correction :

1. Le déphasage entre les points A et B' s'exprime : $\Delta\phi_{AB'} = \phi(B',t) - \phi(A,t) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(AB') = -\dfrac{2\,\pi\,\nu}{c_0}\,n_2\,AB'$,
   avec $AB' = d\sin\widehat{ABB'} = d\sin i_2$, d'où : $\Delta\phi_{AB'} = -\dfrac{2\,\pi\,\nu\,n_2\,d\sin i_2}{c_0}$.
2. Le déphasage entre les points A' et B s'exprime : $\Delta\phi_{A'B} = \phi(B,t) - \phi(A',t) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(A'B) = -\dfrac{2\,\pi\,\nu}{c_0}\,n_1\,A'B$,
   avec $A'B = d\sin\widehat{BAA'} = d\sin i_1$, d'où : $\Delta\phi_{A'B} = -\dfrac{2\,\pi\,\nu\,n_1\,d\sin i_1}{c_0}$.
3. Comme les surfaces d'onde sont perpendiculaires aux rayons lumineux dans chaque milieu d'après le théorème de Malus, on en déduit que les points A et A' sont sur une même surface d'onde, soit : $\phi(A,t) = \phi(A',t)$, et de même : $\phi(B,t) = \phi(B',t)$.
   On obtient alors l'égalité des déphasages : $\Delta\phi_{AB'} = \Delta\phi_{A'B}$, soit : $-\dfrac{2\,\pi\,\nu\,n_2\,d\sin i_2}{c_0} = -\dfrac{2\,\pi\,\nu\,n_1\,d\sin i_1}{c_0}$,
   d'où : $n_2\sin i_2 = n_1\sin i_1$, on retrouve la loi de la réfraction de Snell-Descartes.

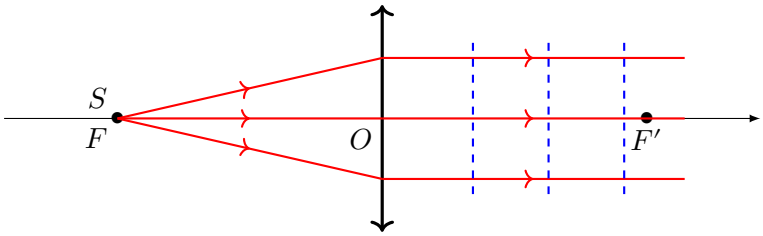
Exercice 2 : Effet d'une lentille sur les surfaces d'onde

Pour chacune de ces situations, indiquer la forme des surfaces d'onde en sortie de la lentille :

1. dans le cas d'une source lumineuse ponctuelle située au point focal objet d'une lentille convergente ;
2. dans le cas d'une source lumineuse ponctuelle située sur l'axe optique à l'infini par rapport à une lentille convergente ;
3. dans le cas d'une source lumineuse ponctuelle située dans le plan focal image d'une lentille divergente ;
4. dans le cas d'une source lumineuse ponctuelle située sur l'axe optique à l'infini par rapport à une lentille divergente.

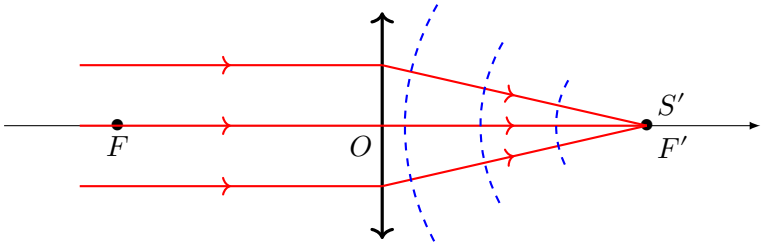
Correction :

1. L'image de la source est à l'infini, et on en déduit la forme des surfaces d'onde avec le théorème de Malus à partir des rayons lumineux.



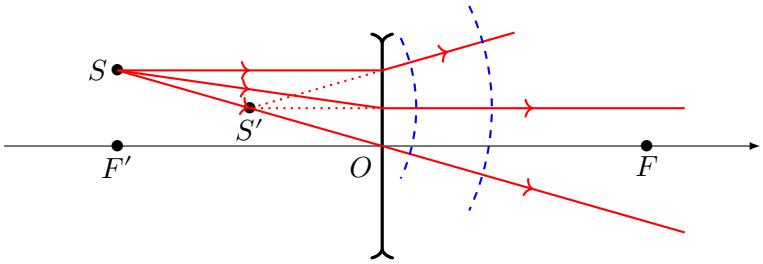
En sortie de la lentille, les surfaces d'onde sont des plans parallèles.

2. L'image de la source est au point focal image, et on en déduit la forme des surfaces d'onde avec le théorème de Malus à partir des rayons lumineux.



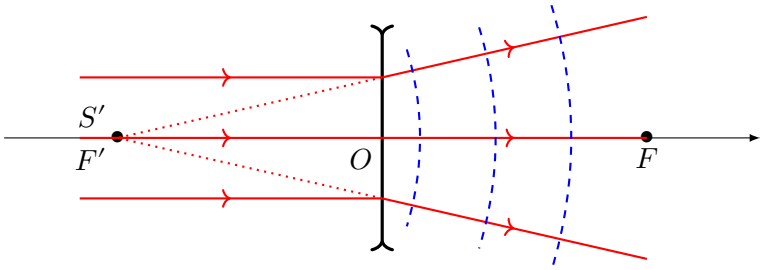
En sortie de la lentille, les surfaces d'onde sont des sphères concentriques centrées en F'.

3. On détermine la position de l'image de la source, puis on en déduit la forme des surfaces d'onde avec le théorème de Malus à partir des rayons lumineux.



En sortie de la lentille, les surfaces d'onde sont des sphères concentriques centrées en S'.

4. L'image de la source est au point focal image, et on en déduit la forme des surfaces d'onde avec le théorème de Malus à partir des rayons lumineux.



En sortie de la lentille, les surfaces d'onde sont des sphères concentriques centrées en F'.

Exercice 3 : Laser femtoseconde

Les lasers femtosecondes sont des lasers qui génèrent des impulsions lumineuses très brèves mais très intenses, ils sont par exemple utilisés en chirurgie ophtalmologique.

On considère un laser femtoseconde qui émet à intervalle régulier dans l'air des impulsions sinusoïdales constituées de $N = 30$ périodes pendant une courte durée $\Delta t = 100\,\text{fs}$.

On rappelle les valeurs des constantes suivantes :

- la célérité de la lumière dans le vide : $c_0 = 3{,}00.10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- la constante de Planck : $h = 6{,}63.10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$.

1. Calculer la longueur d'onde dans le vide λ_0 de l'onde sinusoïdale émise par ce laser.

2. Dans le cadre du modèle des trains d'onde, calculer la largeur spectrale en fréquence $\Delta\nu$ de ce laser.

3. Établir la relation temps-énergie de Heisenberg, qui relie l'incertitude ΔE sur l'énergie des photons émis et la durée Δt des impulsions, puis calculer ΔE pour ce laser.

Correction :

1. La période de l'onde sinusoïdale est : $T = \dfrac{\Delta t}{N}$, d'où sa longueur d'onde dans le vide : $\lambda_0 = c_0\, T = \dfrac{c_0\, \Delta t}{N} = 1{,}0\,\mu\text{m}$.

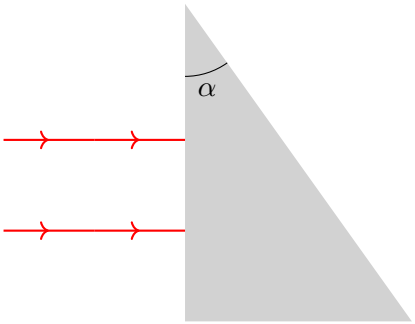
2. En assimilant chaque impulsion lumineuse à un train d'onde, sa durée Δt correspond alors au temps de cohérence du laser, d'où sa largeur spectrale en fréquence : $\Delta\nu = \dfrac{1}{\Delta t} = 1{,}00.10^{13}\,\text{Hz}$.

3. L'énergie d'un photon émis s'exprimant $E = h\,\nu$, on peut exprimer son incertitude : $\Delta E = h\,\Delta\nu = \dfrac{h}{\Delta t}$, d'où la relation temps-énergie de Heisenberg : $\Delta E\,\Delta t = h$.

On obtient pour ce laser : $\Delta E = \dfrac{h}{\Delta t} = 6{,}63.10^{-21}\,\text{J}$.

Exercice 4 : Traversée d'un prisme

Une onde lumineuse plane arrive perpendiculairement sur un prisme d'indice optique n et d'angle au sommet α. On représente ci-contre deux rayons lumineux de cette onde.



1. Tracer schématiquement les deux rayons qui émergent du prisme.

On admet que l'onde en sortie du prisme est également une onde plane.

2. Représenter une surface d'onde S avant la traversée du prisme, et une surface d'onde S' après la traversée du prisme.

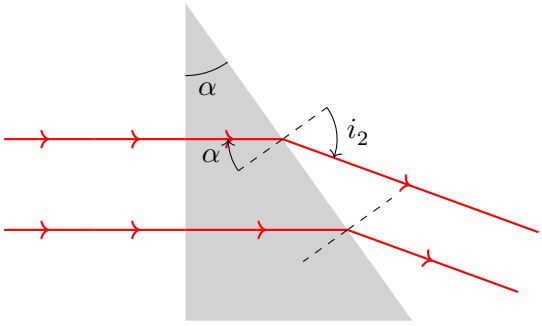
3. Vérifier que la différence de phase entre les surfaces d'onde S et S' est identique pour les deux rayons.

Correction :

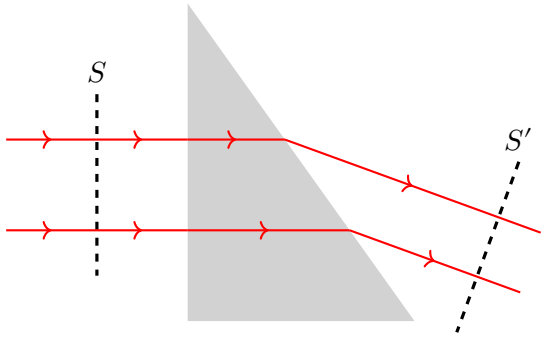
1. À l'entrée du prisme, les rayons incidents arrivent perpendiculairement au dioptre, ils ne sont donc pas déviés.

À la sortie du prisme, les rayons passent d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, ils s'éloignent donc de la normale.

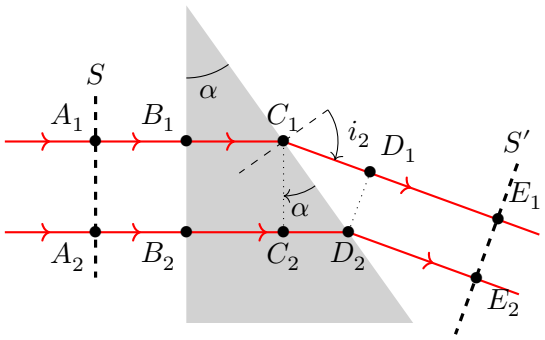
On trace alors les deux rayons qui émergent du prisme :



2. Comme les surfaces d'onde sont perpendiculaires aux rayons lumineux d'après le théorème de Malus, on représente des surfaces d'onde S et S' :



3. On décompose le chemin entre les surfaces d'onde S et S' en plusieurs points :



La différence de phase pour le rayon du haut s'exprime : $\Delta\phi_1 = \phi(E_1,t) - \phi(A_1,t) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(A_1E_1) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,[(A_1B_1)+(B_1C_1)+(C_1D_1)+(D_1E_1)]$, et $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-i_2\right) = \dfrac{C_1D_1}{C_1D_2}$ pour le triangle $C_1D_1D_2$, d'où : $(C_1D_1) = C_1D_1 = C_1D_2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-i_2\right) = C_1D_2\sin i_2$.

La différence de phase pour le rayon du bas s'exprime : $\Delta\phi_2 = \phi(E_2,t) - \phi(A_2,t) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(A_2E_2) = -\dfrac{2\,\pi}{\lambda_0}\,[(A_2B_2)+(B_2C_2)+(C_2D_2)+(D_2E_2)]$, et $\sin\alpha = \dfrac{C_2D_2}{C_1D_2}$ pour le triangle $C_1C_2D_2$, d'où : $(C_2D_2) = n\,C_2D_2 = n\,C_1D_2\sin\alpha = C_1D_2\sin i_2$ d'après la loi de la réfraction de Snell-Descartes.

Comme $(A_1B_1) = (A_2B_2)$, $(B_1C_1) = (B_2C_2)$ et $(D_1E_1) = (D_2E_2)$, on vérifie bien que : $\Delta\phi_1 = \Delta\phi_2$.